





# Kompetent zur Mathe-Matura

Verständliche Lösungswege zu  
über 400 Typ-1-Aufgaben der AHS

Gerald Eder & Martin Hofbauer



Impressum:

©2020, Gerald Eder & Martin Hofbauer

Erste Auflage

Autorenschaft, Umschlaggestaltung, Lektorat: Gerald Eder & Martin Hofbauer

Verlag: Buchschmiede von Dataform Media GmbH, Wien

[www.buchschmiede.at](http://www.buchschmiede.at)

ISBN:

Paperback: 978-3-99110-524-4

Hardcover: 978-3-99110-525-1

e-Book: 978-3-99110-526-8

Printed in Austria

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages und des Autors unzulässig. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

# Inhaltsverzeichnis

<b>AG 1 - Grundbegriffe der Algebra</b>	<b>1</b>
<b>AG 2 - (Un)Gleichungen und Gleichungssysteme</b>	<b>8</b>
<b>AG 3 - Vektoren</b>	<b>18</b>
<b>AG 4 - Trigonometrie</b>	<b>31</b>
<b>FA 1 - Funktionsbegriff, Darstellungsformen und Eigenschaften</b>	<b>40</b>
<b>FA 2 - Lineare Funktionen</b>	<b>55</b>
<b>FA 3 - Potenzfunktionen</b>	<b>62</b>
<b>FA 4 - Polynomfunktionen</b>	<b>69</b>
<b>FA 5 - Exponentialfunktionen</b>	<b>74</b>
<b>FA 6 - Sinusfunktion, Cosinusfunktion</b>	<b>81</b>
<b>AN 1 - Änderungsmaße</b>	<b>88</b>
<b>AN 2 - Regeln für das Differenzieren</b>	<b>99</b>
<b>AN 3 - Ableitungsfunktion und Stammfunktion</b>	<b>102</b>
<b>AN 4 - Summation und Integral</b>	<b>118</b>
<b>WS 1 - Beschreibende Statistik</b>	<b>129</b>
<b>WS 2 - Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>143</b>
<b>WS 3 - Wahrscheinlichkeitsverteilung(en)</b>	<b>152</b>
<b>WS 4 - Schließende/Beurteilende Statistik</b>	<b>163</b>
<b>Lösungen (AG)</b>	<b>168</b>
<b>Lösungen (FA)</b>	<b>189</b>
<b>Lösungen (AN)</b>	<b>212</b>
<b>Lösungen (WS)</b>	<b>232</b>
<b>Aufgabenverzeichnis</b>	<b>253</b>

## Vorwort

Liebe Lernende!

Wir begleiten seit vielen Jahren junge Menschen auf ihrem Weg zur (Mathematik-)Matura. Dabei verwenden wir, genauso wie unsere Schülerinnen und Schüler, die Aufgabenpools des Bundesministeriums für Bildung (BMB). Eine der häufigsten Fragen, die uns bei der Arbeit begegnet, ist beispielsweise - Stichwort Multiple-Choice: "Warum stimmt diese Antwort, aber jene nicht?" Daraufhin haben wir uns ebenfalls eine Frage gestellt. Warum werden für die BHS vergleichsweise ausführliche Lösungen zur Verfügung gestellt, aber für AHS-Teil-1-Aufgaben nicht? So entstand im Sommer 2018 die Idee zu einem Projekt, den zukünftigen Maturantinnen und Maturanten ein Skript zur Verfügung zu stellen, mit dem die einzelnen Themen geübt und gleichzeitig die Inhalte besser verstanden werden können, weil die Lösungen auch **Erklärungen und Begründungen** beinhalten, warum eine Antwort richtig oder falsch ist. Dabei haben wir versucht, ein gutes Verhältnis zwischen einfachen und kurzen Formulierungen, aber trotzdem möglichst korrekter Mathematik zu finden.

Das nun vorliegende Buch ist das Ergebnis dieses Projekts und enthält die Typ-1 Aufgaben (Grundkompetenzen) aller Zentralmaturen von 2014 bis 2019. Diese Sammlung ist gleichbedeutend mit den Aufgaben 326 bis 733 aus dem Aufgabenpool des BMB ([www.aufgabenpool.at/ahs](http://www.aufgabenpool.at/ahs)). Die Aufgaben 1 bis 325 stellten Übungsbeispiele zur Vorbereitung auf die allererste Zentralmatura am 9.5.2014 dar. In den letzten Jahren stellte sich jedoch heraus, dass das Niveau der Aufgaben des alten (1-325) und des neuen (326-733) Aufgabenpools stark variieren und der neue Aufgabenpool eine deutlich zielgerechtere Vorbereitung auf die Klausur bietet. Daher - und allem voran auch aus Platzgründen - haben wir uns dazu entschieden, dieses Buch auf Basis der neueren Aufgaben zu erstellen, die allesamt einmal bei einer Matura so gestellt wurden.

Die Aufgaben sind platzsparend formatiert; so haben wir etwa den abgebildeten Aufgabenkopf durch ein einfaches **Aufgabe 342 (Steigung einer linearen Funktion)** ersetzt.

Steigung einer linearen Funktion*	
Aufgabennummer: 1_342	Aufgabentyp: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 2.2

Da alle von uns behandelten Aufgaben vom Typ 1 und nach Grundkompetenzen geordnet sind, konnten wir den Rest einfach wegfällen lassen. Nach aktuellem Stand gibt es für Multiple-Choice-Aufgaben nur die Möglichkeiten "2 aus 5" und "1 aus 6". Somit ist bei der Prüfung aus der Anzahl der Antwortmöglichkeiten bereits ersichtlich, wie viele Kreuze gesetzt werden müssen. Da es sich bei den Übungsbeispielen teilweise um ältere Aufgaben handelt, kann es vorkommen, dass die diese Regel nicht immer erfüllt ist - dies bitten wir zu berücksichtigen.

Aus Platzgründen haben wir die naheliegende Ordnung nach Aufgabennummern an vielen Stellen verändert, um die Seiten optimal auszunutzen. So kommt es auch vor, dass die Sortierung der Aufgaben und zugehörigen Lösungen voneinander abweicht. Um trotzdem unnötiges Suchen und Blättern zu vermeiden, gibt es hinten im Buch ein Verzeichnis, das alle Aufgaben und Lösungen samt Seitennummer auflistet. Außerdem befindet sich nach jeder Aufgabe ein Verweis, auf welcher Seite die zugehörige Lösung zu finden ist. Ab dem Haupttermin des Schuljahres 2018/19 (8. Mai 2019) gibt es bei einigen wenigen Beispielen die Möglichkeit auch halbe Punkte zu erhalten. Aus diesem Grund findet sich bei allen Beispielen ab diesem Termin (ab Aufgabe 686) unter der Fragestellung zusätzlich ein Punkteschlüssel.

Bei der Lösung der Beispiele haben wir bewusst meist auf den Einsatz von technologischen Hilfsmitteln (GeoGebra etc.) verzichtet. Auch wenn einige Beispiele leichter bzw. schneller mit Technologieinsatz lösbar wären, war es uns wichtig, Lösungen zu präsentieren, die auf das Verständnis der Thematik zurückgreifen, da dieses in anderen Beispielen wiederum explizit gefordert wird

und somit unumgänglich ist. Technologie kann natürlich trotzdem beispielsweise beim Darstellen von Funktionen, Lösen von Gleichungen oder Berechnen von Wahrscheinlichkeiten zum Einsatz kommen und ist oft sogar sinnvoll.

Die Lösungen in diesem Buch stehen in keinerlei Verbindung zum BMB, sie wurden eigenhändig von uns erstellt. Bei Abweichungen der Lösungserwartung (aufgrund von Tippfehlern etc.) sind weiterhin die Lösungen des BMB ([www.aufgabenpool.at/ahs](http://www.aufgabenpool.at/ahs)) gültig.

Natürlich haben wir versucht, alle Skripten fehlerfrei zu gestalten, aber ebenso natürlich ist es, dass dennoch (Tipp-)Fehler passieren und auch beim mehrmaligen Korrekturlesen unentdeckt bleiben können. Sollte ein Fehler entdeckt werden, zögert bitte nicht und meldet ihn uns unter [kontakt@hofeder.solutions](mailto:kontakt@hofeder.solutions), damit zukünftigen Nutzern dieser Lernhilfe etwas Verwirrung erspart bleibt! Außerdem findet sich auf unserer Homepage ([www.hofeder.solutions](http://www.hofeder.solutions)) ein eigener Bereich, in dem etwaige Tippfehler erfragt werden können bzw. auch immer eine aktuelle Liste über bekannte Fehler zu finden sein wird.

Außerdem stellen wir auf unsere Homepage immer nützliche Tipps und Tricks - auch zur aktuell anstehenden Matura - zu Verfügung und versuchen für angehende Maturantinnen und Maturanten einen Mehrwert zu bieten. Vorbeischaun lohnt sich also definitiv.

Damit bleibt uns nur noch, euch allen viel Erfolg und alles Gute auf eurem Weg hin zur und nach der Matura zu wünschen!

Gerald Eder und Martin Hofbauer





# AG 1 - Grundbegriffe der Algebra

Du wolltest doch Algebra, da hast du den Salat.

*(Jules Verne)*

## Inhalte - "in a nutshell"

- AG 1.1 Zahlenmengen
  - Zugehörigkeit von Werten zu den Zahlenmengen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  und  $\mathbb{C}$ .
  - Zusammenhänge  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$  bzw.  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .
- AG 1.2 Algebraische Begriffe
  - Wissen über algebraische Begriffe: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme; Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit.
  - Umgang mit rationalen Exponenten:  $x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a}$ .

## Formelsammlung - welche Seiten sind nützlich?

- Formelsammlung - Seite 2: Kapitel 1 - Erklärung der Zahlenmengen
- Formelsammlung - Seite 2 & 3: Kapitel 3 - Potenzen mit ganzzahligen und rationalen Exponenten

## Typische Aufgaben - gute Übungen!

- Zugehörigkeit zu Zahlenmengen: z.B. Aufgabe 397 → Seite 3
- Zusammenhänge zwischen den Zahlenmengen: z.B. Aufgabe 469 → Seite 3
- Begriffsabgrenzung von Formeln, Termen, Gleichungen etc.: z.B. Aufgabe 492 → Seite 4

**Aufgabe 349** (Positive rationale Zahlen).

Gegeben ist die Zahlenmenge  $\mathbb{Q}^+$ .

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die beiden Zahlen an, die Elemente dieser Zahlenmenge sind!

$\sqrt{5}$	<input type="checkbox"/>
$0,9 \cdot 10^{-3}$	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{0,01}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{\pi}{4}$	<input type="checkbox"/>
$-1,41 \cdot 10^3$	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 168)

---

**Aufgabe 372** (Definitionsmengen).

Es sind vier Terme und sechs Mengen (A bis F) gegeben.

**Aufgabenstellung**

Ordnen Sie den vier Termen jeweils die entsprechende größtmögliche Definitionsmenge  $D_A, D_B, \dots, D_F$  in der Menge der reellen Zahlen zu!

$\ln(x+1)$		<b>A</b>	$D_A = \mathbb{R}$
$\sqrt{1-x}$		<b>B</b>	$D_B = (1; \infty)$
$\frac{2x}{x \cdot (x+1)^2}$		<b>C</b>	$D_C = (-1; \infty)$
$\frac{2x}{x^2+1}$		<b>D</b>	$D_D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$
		<b>E</b>	$D_E = (-\infty; 1)$
		<b>F</b>	$D_F = (-\infty; 1]$

(Lösung auf Seite 168)

---

**Aufgabe 373** (Aussagen über Zahlenmengen).

Untenstehend sind fünf Aussagen über Zahlen aus den Mengen  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$  und  $\mathbb{R}$  angeführt.

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die korrekt sind!

Reelle Zahlen mit periodischer oder endlicher Dezimaldarstellung sind rationale Zahlen.	<input type="checkbox"/>
Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ist stets eine natürliche Zahl.	<input type="checkbox"/>
Alle Wurzelausdrücke der Form $\sqrt{a}$ für $a \in \mathbb{R}$ und $a > 0$ sind stets irrationale Zahlen.	<input type="checkbox"/>
Zwischen zwei verschiedenen rationalen Zahlen $a, b$ existiert stets eine weitere rationale Zahl.	<input type="checkbox"/>
Der Quotient zweier negativer ganzer Zahlen ist stets eine positive ganze Zahl.	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 169)

---

**Aufgabe 397** (Zahlen den Zahlenmengen zuordnen).  
Gegeben sind Aussagen zu Zahlen.

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Zahl $-\frac{1}{3}$ liegt in $\mathbb{Z}$ , aber nicht in $\mathbb{N}$ .	<input type="checkbox"/>
Die Zahl $\sqrt{-4}$ liegt in $\mathbb{C}$ .	<input type="checkbox"/>
Die Zahl $0,9$ liegt in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>
Die Zahl $\pi$ liegt in $\mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>
Die Zahl $-\sqrt{7}$ liegt nicht in $\mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 168)

**Aufgabe 445** (Gleichungen).

Gegeben sind fünf Gleichungen in der Unbekannten  $x$ .

**Aufgabenstellung**

Welche dieser Gleichungen hat/haben zumindest eine reelle Lösung?

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

$2x = 2x + 1$	<input type="checkbox"/>
$x = 2x$	<input type="checkbox"/>
$x^2 + 1 = 0$	<input type="checkbox"/>
$x^2 = -x$	<input type="checkbox"/>
$x^3 = -1$	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 188)

**Aufgabe 469** (Aussagen über Zahlen).

Gegeben sind Aussagen über Zahlen.

**Aufgabenstellung**

Welche der im Folgenden angeführten Aussagen gelten? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Jede reelle Zahl ist eine irrationale Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede reelle Zahl ist eine komplexe Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede rationale Zahl ist eine ganze Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede ganze Zahl ist eine natürliche Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede natürliche Zahl ist eine reelle Zahl.	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 168)

**Aufgabe 492** (Äquivalenzumformung).

Nicht jede Umformung einer Gleichung ist eine Äquivalenzumformung.

**Aufgabenstellung**

Erklären Sie konkret auf das unten angeführte Beispiel bezogen, warum es sich bei der durchgeführten Umformung um keine Äquivalenzumformung handelt! Die Grundmenge ist die Menge der reellen Zahlen.

$$\begin{array}{l} x^2 - 5x = 0 \quad | : x \\ x - 5 = 0 \end{array}$$

(Lösung auf Seite 169)

---

**Aufgabe 493** (Menge von Zahlen).

Die Menge  $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 < x < 5\}$  ist eine Teilmenge der rationalen Zahlen.

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

4,99 ist die größte Zahl, die zur Menge $M$ gehört.	<input type="checkbox"/>
Es gibt unendlich viele Zahlen in der Menge $M$ , die kleiner als 2,1 sind.	<input type="checkbox"/>
Jede reelle Zahl, die größer als 2 und kleiner als 5 ist, ist in der Menge $M$ enthalten.	<input type="checkbox"/>
Alle Elemente der Menge $M$ können in der Form $\frac{a}{b}$ geschrieben werden, wobei $a$ und $b$ ganze Zahlen sind und $b \neq 0$ ist.	<input type="checkbox"/>
Die Menge $M$ enthält keine Zahlen aus der Menge der komplexen Zahlen.	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 170)

---

**Aufgabe 517** (Eigenschaften von Zahlen).

Nachstehend sind Aussagen über Zahlen und Zahlenmengen angeführt.

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Quadratwurzel jeder natürlichen Zahl ist eine irrationale Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede natürliche Zahl kann als Bruch in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ und $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ dargestellt werden.	<input type="checkbox"/>
Das Produkt zweier rationaler Zahlen kann eine natürliche Zahl sein.	<input type="checkbox"/>
Jede reelle Zahl kann als Bruch in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ und $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ dargestellt werden.	<input type="checkbox"/>
Es gibt eine kleinste ganze Zahl.	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 170)

---

**Aufgabe 565** (Ganze Zahlen).

Es sei  $a$  eine positive ganze Zahl.

**Aufgabenstellung**

Welche der nachstehenden Ausdrücke ergeben für  $a \in \mathbb{Z}^+$  stets eine ganze Zahl.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Ausdrücke an!

$a^{-1}$	<input type="checkbox"/>
$a^2$	<input type="checkbox"/>
$a^{\frac{1}{2}}$	<input type="checkbox"/>
$3 \cdot a$	<input type="checkbox"/>
$\frac{a}{2}$	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 169)

**Aufgabe 566** (Zahlenmengen).

Untenstehend werden Aussagen über Zahlen aus den Zahlenmengen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  und  $\mathbb{C}$  getroffen.

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Jede reelle Zahl ist eine rationale Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede natürliche Zahl ist eine rationale Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede ganze Zahl ist eine reelle Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede rationale Zahl ist eine reelle Zahl.	<input type="checkbox"/>
Jede komplexe Zahl ist eine reelle Zahl.	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 170)

**Aufgabe 614** (Zusammenhang zweier Variablen).

Für  $a, b \in \mathbb{R}$  gilt der Zusammenhang  $a \cdot b = 1$ .

**Aufgabenstellung**

Zwei der fünf nachstehenden Aussagen treffen in jedem Fall zu.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Wenn $a$ kleiner als null ist, dann ist auch $b$ kleiner als null.	<input type="checkbox"/>
Die Vorzeichen von $a$ und $b$ können unterschiedlich sein.	<input type="checkbox"/>
Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: $(a - n) \cdot (b + n) = 1$ .	<input type="checkbox"/>
Für jedes $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt: $(a \cdot n) \cdot \left(\frac{b}{n}\right) = 1$ .	<input type="checkbox"/>
Es gilt $a \neq b$ .	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 170)

**Aufgabe 638** (Zahlenmengen).

Nachstehend sind Aussagen über Zahlen aus den Mengen  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  und  $\mathbb{C}$  angeführt.

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Irrationale Zahlen lassen sich in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$ und $b \neq 0$ darstellen.	<input type="checkbox"/>
Jede rationale Zahl kann in endlicher oder periodischer Dezimalschreibweise geschrieben werden.	<input type="checkbox"/>
Jede Bruchzahl ist eine komplexe Zahl.	<input type="checkbox"/>
Die Menge der rationalen Zahlen besteht ausschließlich aus positiven Bruchzahlen.	<input type="checkbox"/>
Jede reelle Zahl ist auch eine rationale Zahl.	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 175)

---

**Aufgabe 662** (Zahlen und Zahlenmengen).

Nachstehend sind Aussagen über Zahlen und Zahlenmengen angeführt.

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Es gibt mindestens eine Zahl, die in $\mathbb{N}$ enthalten ist, nicht aber in $\mathbb{Z}$ .	<input type="checkbox"/>
$-\sqrt{9}$ ist eine irrationale Zahl.	<input type="checkbox"/>
Die Zahl 3 ist ein Element der Menge $\mathbb{Q}$ .	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{-2}$ ist in $\mathbb{C}$ enthalten, nicht aber in $\mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>
Die periodische Zahl $1, \dot{5}$ ist in $\mathbb{R}$ enthalten, nicht aber in $\mathbb{Q}$ .	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 175)

---

**Aufgabe 686** (Rechenoperationen).

Für zwei ganze Zahlen  $a, b$  mit  $a < 0$  und  $b < 0$  gilt:  $b = 2 \cdot a$ .

**Aufgabenstellung**

Welche der nachstehenden Berechnungen haben stets eine natürliche Zahl als Ergebnis?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Berechnungen an!

$a + b$	<input type="checkbox"/>
$b : a$	<input type="checkbox"/>
$a : b$	<input type="checkbox"/>
$a \cdot b$	<input type="checkbox"/>
$b - a$	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 185)

[0/ 1 Punkt]

---

---

**Aufgabe 710** (Zahlenmengen).

Zwischen Zahlenmengen bestehen bestimmte Beziehungen.

**Aufgabenstellung**

Kreuzen Sie die beiden wahren Aussagen an.

$\mathbb{Z}^+ \subseteq \mathbb{N}$	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{C} \subseteq \mathbb{Z}$	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}^-$	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{R}^+ \subseteq \mathbb{Q}$	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{C}$	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 186)

[0/1 Punkt]

---

# AG 2 - (Un)Gleichungen und Gleichungssysteme

Gleichungen sind wichtiger für mich, weil die Politik für die Gegenwart ist, aber eine Gleichung etwas für die Ewigkeit.

*(Albert Einstein)*

## Inhalte - "in a nutshell"

- AG 2.1 - Terme, Formeln und (Un-)Gleichungen
  - Aufstellen von Termen und Formeln.
  - Interpretation von Termen und Formeln in einem gegebenen Sachzusammenhang.
- AG 2.2 - Lineare Gleichungen
  - Aufstellen von linearen Gleichungen.
  - Interpretation von linearen Gleichungen in einem gegebenen Sachzusammenhang.
- AG 2.3 - Quadratische Gleichungen
  - Interpretation der Lösungen von quadratischen Gleichungen (auch geometrisch).
  - Lösungsfälle von quadratischen Gleichungen erkennen und verstehen (auch geometrisch).
- AG 2.4 - Lineare Ungleichungen
  - Lösung von linearen Ungleichungen rechnerisch und geometrisch ermitteln.
  - Interpretation von linearen Ungleichungen in einem gegebenen Sachzusammenhang.
- AG 2.5 - Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen
  - Lösungsfälle von linearen Gleichungssystemen in zwei Variablen.
  - Geometrische Interpretation als Schnitt zweier linearer Funktionen.

## Formelsammlung - welche Seiten sind nützlich?

- Formelsammlung Seite 3: Kapitel 5 - Quadratische Gleichungen

## Typische Aufgaben - gute Übungen!

- Lösungsfälle von Gleichungssystemen: z.B. Aufgabe 467 → Seite 12
- Einflüsse von Parametern einer Gleichung aufeinander: z.B. Aufgabe 348 → Seite 9
- Lösungsfälle von quadratischen Gleichungen: z.B. Aufgabe 347 → Seite 9
- Interpretation bzw. Aufstellen von Gleichungen: z.B. Aufgabe 396 → Seite 10
- Ungleichungen im Sachzusammenhang deuten & lösen: z.B. Aufgabe 640 → Seite 16



**Aufgabe 347** (Quadratische Gleichung).

Die Anzahl der Lösungen der quadratischen Gleichung  $rx^2 + sx + t = 0$  in der Menge der reellen Zahlen hängt von den Koeffizienten  $r$ ,  $s$  und  $t$  ab.

**Aufgabenstellung**

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die quadratische Gleichung  $rx^2 + sx + t = 0$  hat genau dann für alle  $r \neq 0; r, s, t \in \mathbb{R}$  ①, wenn ② gilt.

①		②	
zwei reelle Lösungen	<input type="checkbox"/>	$r^2 - 4st > 0$	<input type="checkbox"/>
keine reelle Lösung	<input type="checkbox"/>	$t^2 = 4rs$	<input type="checkbox"/>
genau eine reelle Lösung	<input type="checkbox"/>	$s^2 - 4rt > 0$	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 171)

**Aufgabe 348** (Punktladungen).

Der Betrag  $F$  der Kraft zwischen zwei Punktladungen  $q_1$  und  $q_2$  im Abstand  $r$  wird beschrieben durch die Gleichung  $F = C \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$  ( $C \dots$  physikalische Konstante).

**Aufgabenstellung**

Geben Sie an, um welchen Faktor sich der Betrag  $F$  der Kraft ändert, wenn der Betrag der Punktladungen  $q_1$  und  $q_2$  jeweils verdoppelt und der Abstand  $r$  zwischen diesen Punktladungen halbiert wird!

(Lösung auf Seite 171)

**Aufgabe 711** (Lineares Gleichungssystem).

Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem in den Variablen  $x_1$  und  $x_2$ . Es gilt:  $a, b \in \mathbb{R}$ .

$$\text{I: } 3 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 = a$$

$$\text{II: } b \cdot x_1 + x_2 = a$$

**Aufgabenstellung**

Bestimmen Sie die Werte der Parameter  $a$  und  $b$  so, dass für die Lösungsmenge des Gleichungssystems  $L = \{(2; -2)\}$  ist.

a = \_\_\_\_\_

b = \_\_\_\_\_

(Lösung auf Seite 187)

[0/1 Punkt]

**Aufgabe 371** (Quadratische Gleichung).

Gegeben ist die quadratische Gleichung  $(x-7)^2 = 3+c$  mit der Variablen  $x \in \mathbb{R}$  und dem Parameter  $c \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabenstellung**

Geben Sie den Wert des Parameters  $c$  so an, dass diese quadratische Gleichung in  $\mathbb{R}$  genau eine Lösung hat!

(Lösung auf Seite 171)

---

**Aufgabe 394** (Lineares Gleichungssystem).

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem über der Grundmenge  $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

$$\text{I: } 2x+y = 6$$

$$\text{II: } 3x-y = -3$$

**Aufgabenstellung**

Geben Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems über der Grundmenge  $G$  an!

(Lösung auf Seite 171)

---

**Aufgabe 395** (Quadratische Gleichung mit genau zwei Lösungen).

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten  $x$  über der Grundmenge  $\mathbb{R}$ :

$$x^2 + 10x + q = 0 \text{ mit } q \in \mathbb{R}$$

**Aufgabenstellung**

Geben Sie an, für welche Werte  $q \in \mathbb{R}$  die Gleichung genau zwei Lösungen hat!

(Lösung auf Seite 171)

---

**Aufgabe 396** (Praxisgemeinschaft).

In einer Gemeinschaftspraxis teilen sich sechs Therapeutinnen und Therapeuten die anfallende Monatsmiete zu gleichen Teilen auf.

Am Ende des Jahres verlassen Mitglieder die Praxisgemeinschaft. Daher muss der Mietanteil für die Verbleibenden um jeweils €20 erhöht werden und beträgt ab dem neuen Jahr nun monatlich €60.

**Aufgabenstellung**

Stellen Sie anhand des gegebenen Textes eine Gleichung auf, mit der die Anzahl derjenigen Mitglieder, die die Praxisgemeinschaft verlassen, berechnet werden kann!

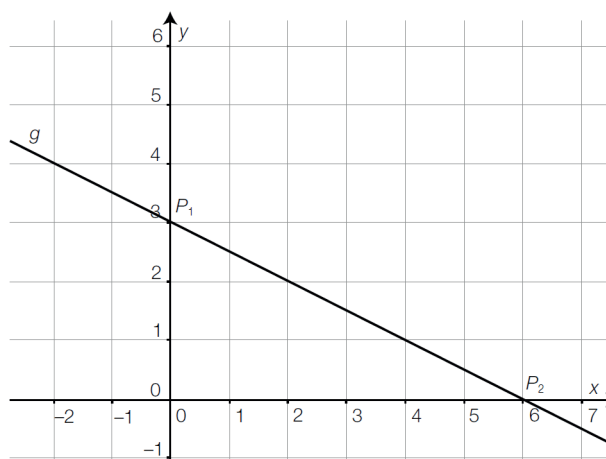
Bezeichnen Sie dabei die Anzahl derjenigen Mitglieder, die die Praxisgemeinschaft verlassen, mit der Variablen  $x$ !

(Lösung auf Seite 171)

---

**Aufgabe 444** (Gleichungssystem).

Eine Teilmenge der Lösungsmenge einer linearen Gleichung wird durch die nachstehende Abbildung dargestellt. Die Durch die Gleichung beschriebene Gerade  $g$  verläuft durch die Punkte  $P_1$  und  $P_2$ , deren Koordinaten jeweils ganzzahlig sind.



**Aufgabenstellung**

Die lineare Gleichung und eine zweite lineare Gleichung bilden ein lineares Gleichungssystem. Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Hat die zweite lineare Gleichung die Form ①, so ②.

①	
$2x + y = 1$	<input type="checkbox"/>
$x + 2y = 8$	<input type="checkbox"/>
$y = 5$	<input type="checkbox"/>

②	
hat das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen	<input type="checkbox"/>
ist die Lösungsmenge des Gleichungssystems $L = \{(-2 4)\}$	<input type="checkbox"/>
hat das Gleichungssystem keine Lösung	<input type="checkbox"/>

(Lösung auf Seite 177)

**Aufgabe 420** (Fahrenheit und Celsius).

Während man in Europa die Temperatur in Grad Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) angibt, verwendet man in den USA die Einheit Grad Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ). Zwischen der Temperatur  $T_F$  in  $^{\circ}\text{F}$  und der Temperatur  $T_C$  in  $^{\circ}\text{C}$  besteht ein linearer Zusammenhang.

Für die Umrechnung von  $^{\circ}\text{F}$  in  $^{\circ}\text{C}$  gelten folgende Regeln:

- $32^{\circ}\text{F}$  entsprechen  $0^{\circ}\text{C}$ .
- Eine Temperaturzunahme um  $1^{\circ}\text{F}$  entspricht einer Zunahme der Temperatur um  $\frac{5}{9}^{\circ}\text{C}$ .

**Aufgabenstellung**

Geben Sie eine Gleichung an, die den Zusammenhang zwischen der Temperatur  $T_F$  ( $^{\circ}\text{F}$ , Grad Fahrenheit) und der Temperatur  $T_C$  ( $^{\circ}\text{C}$ , Grad Celsius) beschreibt!

(Lösung auf Seite 169)

**Aufgabe 421** (Taschengeld).

Tim hat  $x$  Wochen lang wöchentlich €8,  $y$  Wochen lang wöchentlich €10 und  $z$  Wochen lang wöchentlich €12 Taschengeld erhalten.

**Aufgabenstellung**

Geben Sie in Worten an, was in diesem Zusammenhang durch den Term  $\frac{8x+10y+12z}{x+y+z}$  dargestellt wird!

(Lösung auf Seite 169)

---

**Aufgabe 467** (Gleichungssystem).

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen  $x, y \in \mathbb{R}$ .

$$\text{I: } 2x+3y=7$$

$$\text{II: } 3x+by=c \text{ mit } b, c \in \mathbb{R}$$

**Aufgabenstellung**

Ermitteln Sie diejenigen Werte für  $b$  und  $c$ , für die das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

(Lösung auf Seite 172)

---

**Aufgabe 468** (Quadratische Gleichung).

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten  $x$  über der Grundmenge  $\mathbb{R}$ :

$$4x^2 - d = 2 \text{ mit } d \in \mathbb{R}$$

**Aufgabenstellung**

Geben Sie denjenigen Wert für  $d \in \mathbb{R}$  an, für den die Gleichung genau eine Lösung hat!

(Lösung auf Seite 172)

---

**Aufgabe 490** (Quadratische Gleichung).

Gegeben ist die quadratische Gleichung  $x^2 + p \cdot x - 12 = 0$ .

**Aufgabenstellung**

Bestimmen Sie denjenigen Wert für  $p$ , für den die Gleichung die Lösungsmenge  $L = \{-2, 6\}$  hat!

(Lösung auf Seite 172)

---

**Aufgabe 491** (Treibstoffkosten).

Der durchschnittliche Treibstoffverbrauch eines PKW beträgt  $y$  Liter pro 100 km Fahrtstrecke. Die Kosten für den Treibstoff betragen  $a$  Euro pro Liter.

**Aufgabenstellung**

Geben Sie einen Term an, der die durchschnittlichen Treibstoffkosten  $K$  (in Euro) für eine Fahrtstrecke von  $x$  km beschreibt.

(Lösung auf Seite 172)

---